8. ЈУНИОРСКА МАТЕМАТИЧКА ОЛИМПИЈАДА БОСНЕ И ХЕРЦЕГОВИНЕ

Пале, 29.05.2010. год.

I разред

1. Доказати да је број $2^{2008} \cdot 2^{2010} + 5^{2012}$ сложен.

2. Посматрајмо све полиноме трећег степена $P(x)$ са коефицијентима из скупа $\mathbb{N}_0$ који задовољавају услов $P(1) = 20$. Међу њима одредити полином за којег се достиже:
   а) минимална вриједност израза $P(4)$,
   б) максимална вриједност израза $P(3)/P(2)$.

3. Тачке M и N су дате на страницама AD и BC ромба $ABCD$ редом. Права MC сијече дуж BD у T, права MN дуж BD у U, права CU сијече страницу AB у Q, а права QT сијече страну CD у P. Доказати да троуглови QCP и MCN имају једнаке површине.

4. На кружници су у смијеру кретања казаљке на сату написани сви природни бројеви од 1 до 2010. Прецртајмо најприје број 1, затим број 10, па 19, и тако редом сваки девети број у истом смијеру. Који ће број први бити прецртан два пута? Колико је бројева у том тренутку још непрецртано?

Вријеме за израду задатака: 180 минута.
Сваки задатак вриједи 10 бодова.